Version prof

Propriété de Thalès ou proportionnalité dans un triangle

0. Préliminaire : Egalité des produits en croix

Si deux écritures fractionnaires sont égales, Alors il y a égalité des produits en croix.

Ceci est valable aussi avec les tableaux de proportionnalité.

Autrement dit :

a, b, c, d sont des nombres relatifs. **Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$.**

Exemples : *Trouver la valeur de m sachant que*

$\frac{m}{3} = \frac{7}{4}$

$\frac{m}{3} \quad \frac{7}{4}$

D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$m \times 4 = 7 \times 3$.

$m = \frac{7 \times 3}{4}$

$\mathbf{m = \frac{21}{4}}$

le tableau suivant est un tableau de proportionnalité .

5	26
17	*m?*

D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$m \times 5 = 26 \times 17$.

$m = \frac{26 \times 17}{5}$

$\boldsymbol{m = 88{,}4}$

1. Enoncé du théorème

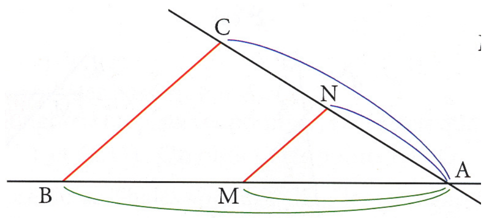
Dans un triangle ABC,

si - M est un point de [AB],

- N est un point de [AC],

- la droite (MN) est parallèle à la droite (BC),

alors les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du triangle ABC.



Autrement dit : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

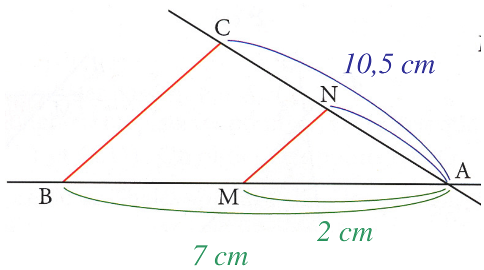
Remarque : Ce théorème permet de calculer une longueur quand on en connaît trois autres.

2. Exemple :

ABC est un triangle. On place un point M sur [AB], et un point N sur[AC] tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.

AB = 7 cm *AC = 10,5 cm* *AM = 2 cm.*

Calculer AN



Comment rédiger ? (2 rédactions possibles)

ABC est un triangle.
M est un point de [AB], et N un point de [AC].
(MN) // (BC).

d'après le théorème de Thalès :

On a le tableau de proportionnalité suivant :

Triangle AMN	AM	AN	MN
Triangle ABC	AB	AC	BC

Triangle AMN	2	AN	MN
Triangle ABC	7	10,5	BC

On a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

$\dfrac{2}{7} = \dfrac{AN}{10,5} = \dfrac{MN}{BC}$

D'après l'égalité des produits en croix, on a : $AN \times 7 = 2 \times 10,5$

D'où : $AN = \dfrac{2 \times 10,5}{7}$

$AN = 3$ cm

3. Méthodes pour ne pas se tromper

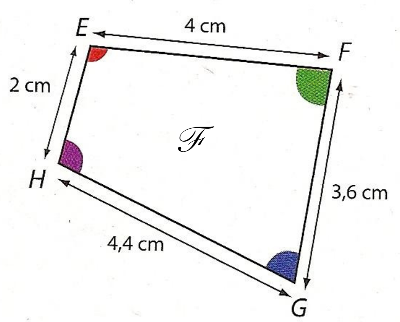
1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S'assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
   a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
   b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
   c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
   d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l'équation puis conclure.

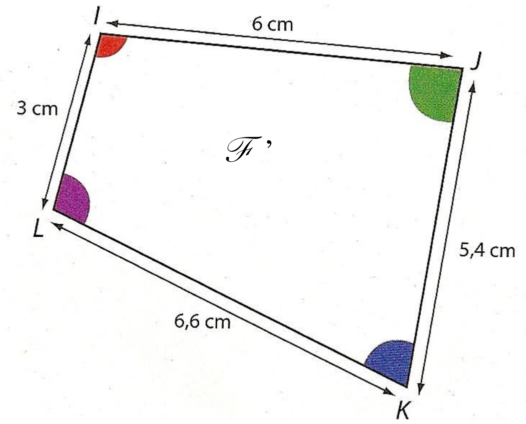
4. Agrandissement – réduction

a) Définition

Une figure $\mathscr{F}$ ' est un ***agrandissement ou une réduction*** d'une figure $\mathscr{F}$ lorsque les longueurs de la figure $\mathscr{F}$' sont obtenues en multipliant celle de la figure $\mathscr{F}$ par un même nombre *k*.
Ce nombre *k* est appelé ***coefficient d'agrandissement (de réduction).***
Il y a proportionnalité entre les longueurs correspondantes des deux figures.

Si $k > 1$, on dit que c'est un agrandissement.
Si $k < 1$, on dit que c'est une réduction.





b) Propriétés

Dans un agrandissement ou une réduction,
- les mesures d'angles sont inchangées
- la perpendicularité est conservée
- le parallélisme est conservé.

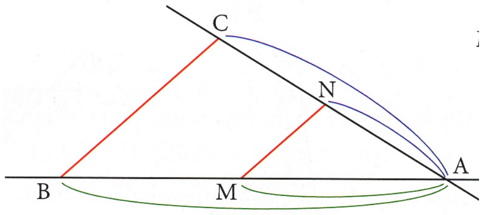
Propriété de Thalès ou proportionnalité dans un triangle

1. Enoncé du théorème

Dans un triangle ABC,
si - M est un point de [AB],
- N est un point de [AC],
- la droite (MN) est parallèle à la droite (BC),

alors les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du triangle ABC.

Autrement dit : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

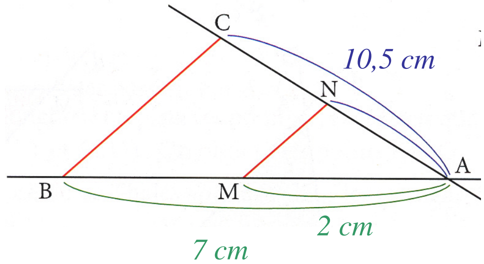


Remarque : Ce théorème permet de calculer une longueur quand on en connaît trois autres.

2. Exemple :

ABC est un triangle. On place un point M sur [AB], et un point N sur[AC] tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.
AB = 7 cm AC = 10,5 cm AM = 2 cm.

Calculer AN

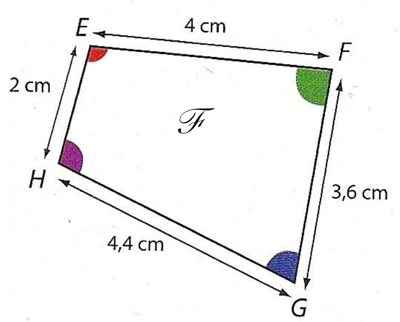


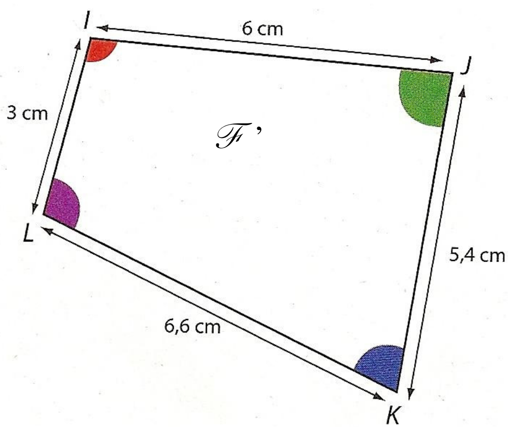
4. Agrandissement – réduction

a) Définition

Une figure $\mathscr{F}$ ' est un ***agrandissement ou une réduction*** d'une figure $\mathscr{F}$ lorsque les longueurs de la figure $\mathscr{F}$ ' sont obtenues en multipliant celle de la figure $\mathscr{F}$ par un même nombre *k*.
Ce nombre *k* est appelé ***coefficient d'agrandissement (de réduction).***
Il y a proportionnalité entre les longueurs correspondantes des deux figures.

Si $k > 1$, on dit que c'est un agrandissement. Si $k < 1$, on dit que c'est une réduction.





b) Propriétés

Dans un agrandissement ou une réduction,
- les mesures d'angles sont inchangées
- la perpendicularité est conservée
- le parallélisme est conservé.

3. Méthodes pour ne pas se tromper

1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S’assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
    a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
    b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
    c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
    d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l’équation puis conclure.

3. Méthodes pour ne pas se tromper

1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S’assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
    a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
    b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
    c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
    d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l’équation puis conclure.

3. Méthodes pour ne pas se tromper

1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S’assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
    a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
    b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
    c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
    d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l’équation puis conclure.

3. Méthodes pour ne pas se tromper

1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S’assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
    a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
    b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
    c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
    d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l’équation puis conclure.½½